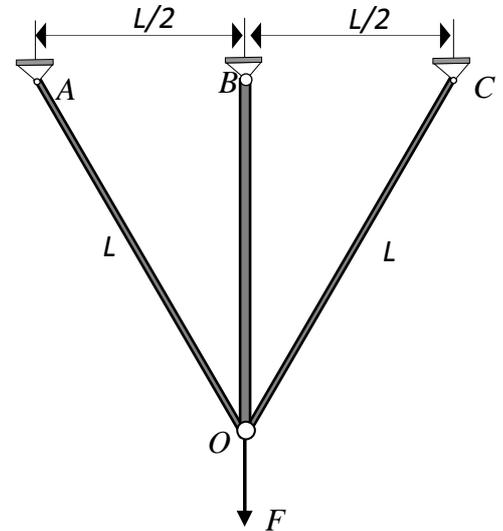


## MEHANIKA (OG2M)

1. Konstrukcija na slici se sastoji od tri čelična štap čiji su krajevi zglobovno vezani. Zglobovi A, B i C se nalaze na istom horizontalnom pravcu. Centralni štap (OB) je kvadratnog poprečnog preseka površine  $100 \text{ mm}^2$ . Bočni štapovi su kružnog poprečnog preseka površine  $50 \text{ mm}^2$ . Bočni štapovi su dužine  $L=1 \text{ m}$ . U zglobu O deluje vertikalna sila  $F$ , kao na slici.



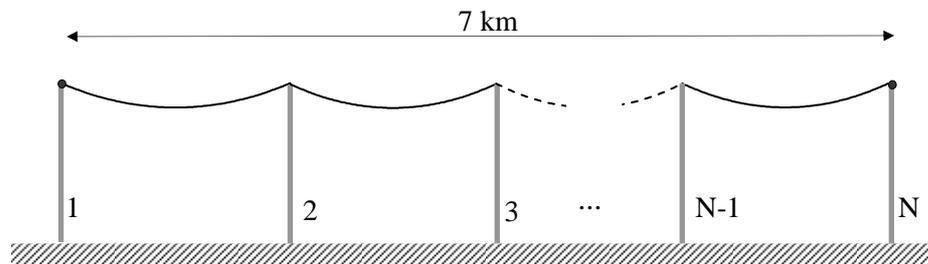
- Proračunati maksimalnu vrednost sile ( $F_{max}$ ), tako da konstrukcija ne bude mehanički preopterećena.
- Za  $F=F_{max}$ , proračunati naprezanja u svim štapovima ako se srednji štap zagreje, tako da mu temperatura bude veća u odnosu na bočne štapove za  $\Delta T = 100 \text{ K}$ .

Parametri čelika, od kojeg su napravljeni štapovi, su:  
 $E = 21 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ ;  $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ,  $\sigma_d = 2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$

2. Prava trasa dalekovoda prelazi preko ravnog terena u dužini od  $7 \text{ km}$ . Fazni provodnik je u obliku aluminijumsko užeta. Visina stubova od površine zemlje do tačke vezivanja provodnika je  $8 \text{ m}$ . Projektovani opseg radnih temperatura užeta je od  $-20 \text{ }^\circ\text{C}$  do  $+80 \text{ }^\circ\text{C}$ . Minimalno zahtevano rastojanje provodnika od zemlje, u opsegu projektovanih radnih temperatura provodnika, je  $5 \text{ m}$ .

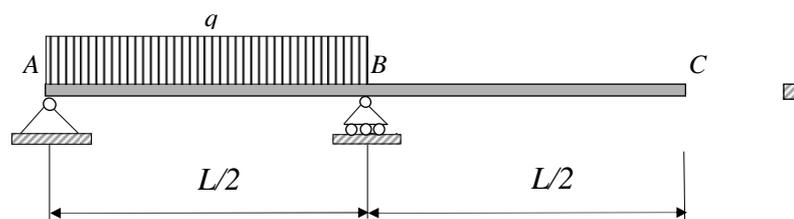
Proračunati minimalan broj stubova  $N$  sa kojim se može dalekovod realizovati uvažavajući samo ograničenja u pogledu minimalnog zahtevanog rastojanja faznog provodnika od zemlje i maksimalnog dozvoljenog naprezanja provodnika u opsegu projektovanih radnih temperatura provodnika.

Podaci za uže:  $\gamma = 2,8 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3$ ;  $E = 7 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ ;  $\alpha = 22 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ,  $\sigma_d = 7 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ .



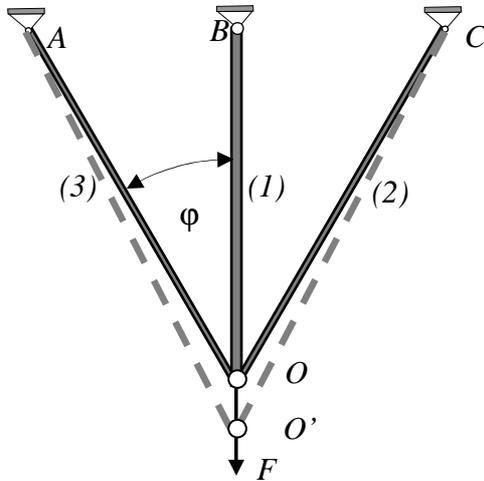
3. Analizira se čelična greda  $\overline{AC} = L = 4 \text{ m}$ , kvadratnog poprečnog preseka površine  $4 \text{ cm}^2$ . Greda leži u horizontalnom položaju između dva zglobova oslonca A i B, dok je kraj C slobodan. Na delu grede AB nalazi se kontinualno raspoređena teret podužne težine  $q = 1000 \text{ N/m}$ . Parametri čelika su:  
 $E = 21 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ ;  $\sigma_d = 3,5 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ .

- Proveriti da li je greda mehanički preopterećena;
- Proračunati transverzalni pomeraj (ugib) kraja C pod dejstvom tereta  $q$ .



**Napomena:** Studenti koji su položili kolokvijum rade dva zadatka po izboru. Ostali studenti rade sve zadatke.

1.



S.U.R :

$$S_2 = S_3$$

$$2S_2 \cos \varphi + S_1 = F$$

$$\varphi = \arcsin(0,5) = 30^\circ$$

Analiza deformacija:

$$\Delta L_1 \cos \alpha = \Delta L_2 \Rightarrow \frac{S_1 L \cos^2 \varphi}{A_1 E} = \frac{S_2 L}{A_2 E} \Rightarrow$$

$$S_1 \cos^2 \varphi = 2S_2$$

$$S_1 = \frac{F}{1 + \cos^3 \varphi} = 0,606F$$

$$S_2 = S_3 = \frac{S_1 \cos^2 \varphi}{2} = 0,227F$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{S_1}{A_1} = \frac{0,606F}{A_1} \\ \sigma_2 &= \sigma_3 = \frac{S_2}{A_2} = \frac{0,227F}{A_2} \\ \frac{\sigma_1}{\sigma_2} &= \frac{0,606}{0,227} \cdot \frac{A_2}{A_1} = 1,335 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sigma_1 > \sigma_2 \Rightarrow F_{\max} = \frac{A_1 \sigma_d}{0,606} = \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^8}{0,606} = 33000 \text{ N}$$

b)

Analiza deformacija:

$$\Delta L_1 \cos \varphi = \Delta L_2$$

$$\Delta L_1 = \Delta L_1(\Delta T) + \Delta L_1(\sigma) = \alpha \Delta T \cdot L_1 + \frac{S_1 L_1}{A_1 E}$$

$$\alpha \Delta T \cdot L \cos^2 \varphi + \frac{S_1 L \cos^2 \varphi}{A_1 E} = \frac{S_2 L}{A_2 E} \Rightarrow S_2 = \alpha \Delta T E A_2 \cos^2 \varphi + \frac{A_2 S_1 \cos^2 \varphi}{A_1}$$

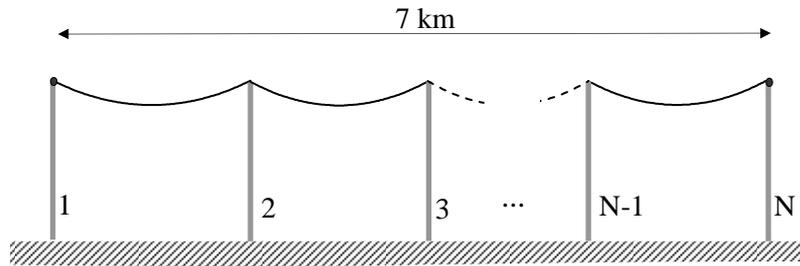
$$\text{S.U.R: } S_1 = \frac{F_{\max} - 2\alpha \Delta T E A_2 \cos^3 \varphi}{1 + \cos^3 \varphi} = 10083 \text{ N}; \quad S_2 = S_3 = \frac{F_{\max} - S_1}{2 \cos \varphi} = 13231 \text{ N}$$

$$\sigma_1 = \frac{S_1}{A_1} = 1,008 \cdot 10^8 \text{ Pa} \quad \sigma_2 = \sigma_3 = \frac{S_2}{A_2} = 2,646 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

## 2.

Dalekovod će se realizovati sa najmanjim brojem stubova ako su svi rasponi ( $2l$ ) jednaki. Optimalna dužina raspona se dobija iz uslova:

- 1) da je naprezanje u užetu pri  $t_{min}=t_0=-20^{\circ}\text{C}$  jednako maksimalno dozvoljenom ( $\sigma_0=\sigma_{nd}$ ),
- 2) da je maksimalni ugib u rasponu pri temperaturi  $t=t_{max}=80^{\circ}\text{C}$ :  $f_{max} = H - d = 8 - 5 = 3 \text{ m}$ .



Analizira se jednačina stanja provodnika pri temperaturi  $t=t_{max}=80^{\circ}\text{C}$ :

$$f_{max}^3 - f_{max} \frac{3}{2} l^2 \left[ \frac{\gamma^2 l^2}{6\sigma_0^2} + \alpha(t_{max} - t_0) - \frac{\sigma_0}{E} \right] - \frac{3}{4} \frac{\gamma l^4}{E} = 0$$

$$3^3 - 3 \frac{3}{2} \cdot l^2 \left[ \frac{(2,8 \cdot 10^4)^2 \cdot l^2}{6 \cdot (7 \cdot 10^7)^2} + 22 \cdot 10^{-6} (80 + 20) - \frac{7 \cdot 10^7}{7 \cdot 10^{10}} \right] - \frac{3}{4} \frac{2,8 \cdot 10^4 \cdot l^4}{7 \cdot 10^{10}} = 0$$

$$27 - 0,00544 \cdot l^2 - 4,2015 \cdot 10^{-7} \cdot l^4 = 0$$

$$l = 62,034 \text{ m} \Rightarrow \text{Maksimalno rastojanje (raspon) između dva stuba je } 2l = 124,07 \text{ m.}$$

Minimalan broj stubova sa kojim se može realizovati dalekovod je:  $N = \frac{7000}{124,07} + 1 = 57,42 \cong 58$  stubova.

Stvarne dužine raspona (rastojanja između susednih stubova) su:  $2l = \frac{7000}{57} = 122,8 \text{ m}$ .

3.

Proračun težine grede:

$$Q_0 = \gamma_{cel} AL = 7,8 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 4 = 125 \text{ N} \ll Q = qL/2 = 2000 \text{ N};$$

S.U.R:

$$R_A = R_B = Q/2 = 1000 \text{ N}$$

Jednačina elastične linije grede:

$$Bu'' = -M(z) = -R_A z + \frac{qz^2}{2} \Big|_{z=L/2} - R_B \left(z - \frac{L}{2}\right) - \frac{q\left(z - \frac{L}{2}\right)^2}{2}$$

$$Bu' = C_1 - \frac{R_A z^2}{2} + \frac{qz^3}{6} \Big|_{z=L/2} - \frac{1}{2} R_B \left(z - \frac{L}{2}\right)^2 - \frac{q\left(z - \frac{L}{2}\right)^3}{6}$$

$$Bu = C_1 z + C_2 - \frac{R_A z^3}{6} + \frac{qz^4}{24} \Big|_{z=L/2} - \frac{1}{6} R_B \left(z - \frac{L}{2}\right)^3 - \frac{q\left(z - \frac{L}{2}\right)^4}{24}$$

$$\left. \begin{array}{l} u(0) = 0 \\ u\left(\frac{L}{2}\right) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow C_2 = 0; C_1 = \frac{R_A \cdot L^2}{24} - \frac{qL^3}{192};$$

$$M_{\max} = \left| M\left(\frac{L}{4}\right) \right| = \left| R_A \frac{L}{4} - \frac{q \cdot \left(\frac{L}{4}\right)^2}{2} \right| = 500 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{M_{\max}}{a^3/6} = 3,75 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

Greda je mehanički preopterećena za 7,2%.

b)

$$u_B \equiv u(L) = u'\left(\frac{L}{2}\right) \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{B} \left[ \frac{R_A \cdot L^2}{24} - \frac{qL^3}{192} - R_A \frac{L^2}{8} + q \frac{L^3}{48} \right] \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{B} \left[ -R_A \frac{L^3}{24} + q \frac{L^4}{128} \right]$$

$$B = EI_x = E \frac{a^4}{12} = 2800 \text{ Nm}^2$$

$$u_B = -0,238 \text{ m}$$